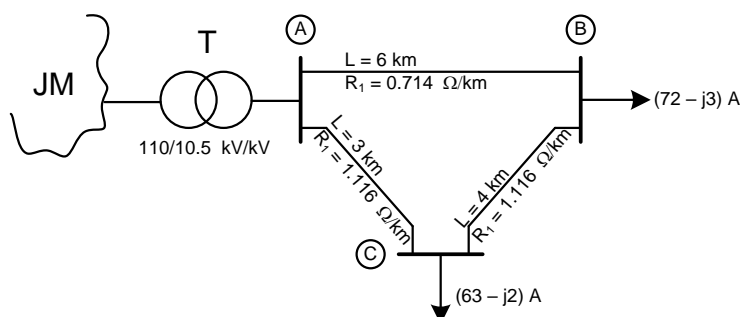


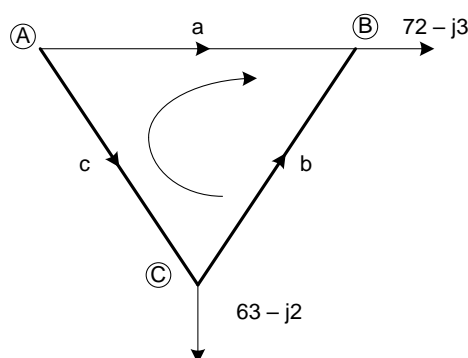
Zadatak 20.

Na slici je data jednopolna šema 10 kV kablovske mreže koja se napaja iz 110 kV sistema preko transformatora T. Na sabirnicama A održava se napon od 10.5 kV. Za parametre mreže i opterećenja u čvorovima kao na slici odrediti struje i padove napona po granama mreže primjenom direktne metode proračuna struja i padova napona pri poznatim injektiranim strujama u čvorovima.



Rješenje:

Prvi korak je formiranje grafa mreže:



Impedanse vodova su,

$$\begin{aligned} R_{AB} &= R_{AB1}L_{AB} = 4.284 \Omega \\ R_{AC} &= R_{AC1}L_{AC} = 3.342 \Omega \\ R_{BC} &= R_{BC1}L_{BC} = 4.464 \Omega \end{aligned}$$

Matrične jednačine prvog i drugog Kirhofovog zakona su:

$$\begin{aligned} AI &= J \\ BZI &= BE = V_L \end{aligned}$$

Lako je primjetiti da nije moguće pojedinačno riješiti gornje jednačine, jer su matrice A i BZ pravougaone, što ukazuje na nemogućnost inverzije tih matrica u cilju određivanja nepoznatih struja i napona. Međutim, ukoliko se gornje matrične jednačine objedine u jednu:

$$\begin{bmatrix} A \\ BZ \end{bmatrix} I = \begin{bmatrix} J \\ V_L \end{bmatrix}$$

izbjegava se problem pravougaonih matrica. Prethodna jednačina je osnovna jednačina direktnog metoda za proračun struja grana pri zadatim strujama potrošača u čvorovima sistema.

Matrica incidencije grana i nezavisnih čvorova se formira vodeći računa da je balansni čvor (čvor A) usvojen kao referentni čvor:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Matrica incidencije grana i nezavisnih kontura je:

$$B = [1 \quad -1 \quad -1]$$

Matrica impedansi grana je:

$$Z = \begin{bmatrix} 4.284 & 0 & 0 \\ 0 & 4.464 & 0 \\ 0 & 0 & 3.348 \end{bmatrix}$$

pa je matrica BZ tada:

$$BZ = [4.284 \quad -4.464 \quad -3.348]$$

Vektor injektiranih struja J je:

$$J = \begin{bmatrix} -(72 - j3) \\ -(63 - j2) \end{bmatrix}$$

dok su vektori napona naponskih i struja strujnih generatora:

$$U_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad I_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sada se vektor E određuje kao:

$$E = U_g - ZI_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

pa je vektor napona nezavisnih kontura:

$$V_L = BE = [0]$$

Nepoznati vektor struja grana se sada određuje kao:

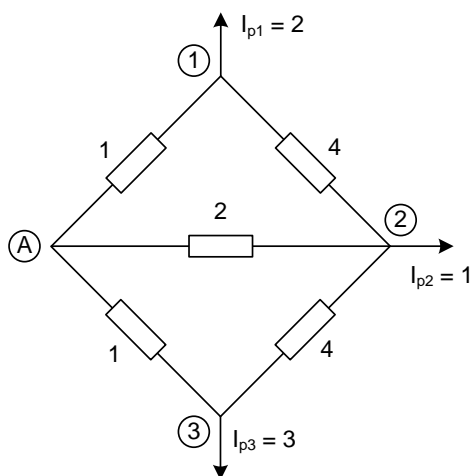
$$I = \begin{bmatrix} A \\ BZ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} J \\ V_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 4.284 & -4.464 & -3.348 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -72 + j3 \\ -63 + j2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.938 - j2.491 \\ 8.063 - j0.509 \\ 71.063 - j2.509 \end{bmatrix}$$

dok se vektor napona grana određuje kao:

$$U = Z(I + I_g) - U_g = \begin{bmatrix} 273.91 - j10.671 \\ 35.993 - j2.272 \\ 237.919 - j8.4 \end{bmatrix}$$

Zadatak 21.

Odrediti napone i struje grana, kao i napone čvorova za šemu dijela EES – a prikazanu na slici koristeći metod napona čvorova pri zadatim strujama injektiranja. Za balansni i referentni čvor uzeti čvor A pri čemu je $U_R = U_A = 10$. Svi parametri dati su u relativnim jedinicama.



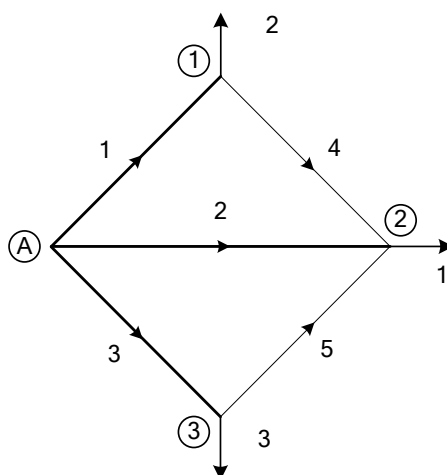
Rješenje:

Matematički model metoda napona nezavisnih čvorova pri čemu su potrošači predstavljeni modelom konstantne struje ima oblik:

$$\begin{aligned}
 Y_B U_\Delta &= J + A(I_g - Y U_g) \\
 U_\Delta &= V_B - U_r \\
 U &= A^T U_\Delta \\
 I &= Y(U + U_g) - I_g
 \end{aligned}$$

U prethodnim relacijama U_Δ predstavlja vektor padova napona od svih čvorova do referentnog čvora, a U_r predstavlja vektor referentnog napona čiji su svi elementi jednaki naponu referentnog čvora. Iz modela može se uočiti sličnost sa matematičkim modelom metoda napona nezavisnih čvorova od ranije.

Na početku je potrebno definisati graf posmatrane mreže:



Matrica incidencije grana i nezavisnih čvorova je:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a matrica admitansi grana:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$$

pa je matrica admitansi nezavisnih čvorova:

$$Y_B = AYA^T = \begin{bmatrix} 1.25 & -0.25 & 0 \\ -0.25 & 1 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 1.25 \end{bmatrix}$$

Vektori napona naponskih i struja strujnih generatora su:

$$U_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad I_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

a vektor injektiranih struja J :

$$J = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Sada je vektor padova napona od nezavisnih čvorova do referentnog:

$$U_\Delta = Y_B^{-1} (J + A(I_g - YU_g)) = Y_B^{-1} J = \begin{bmatrix} -2.044 \\ -2.222 \\ -2.844 \end{bmatrix}$$

pa je vektor napona nezavisnih čvorova (u odnosu na zemlju kao referentni čvor):

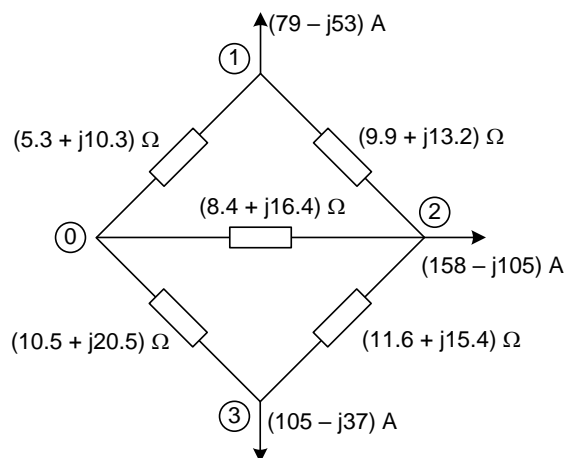
$$V_B = U_\Delta + U_r = \begin{bmatrix} -2.044 \\ -2.222 \\ -2.844 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.956 \\ 7.778 \\ 7.156 \end{bmatrix}$$

Vektori napona i struja grana su sada:

$$U = A^T U_\Delta = \begin{bmatrix} 2.044 \\ 2.222 \\ 2.844 \\ 0.178 \\ -0.622 \end{bmatrix} \quad I = Y(U + U_g) - I_g = YU = \begin{bmatrix} 2.044 \\ 1.111 \\ 2.844 \\ 0.045 \\ -0.156 \end{bmatrix}$$

Zadatak 22.

Odrediti raspodjelu struja i napona po granama za mrežu prema šemi sa slike. Proračun izvesti metodom konturnih struja pri zadatim strujama potrošača.



Rješenje:

Matematički model metoda struja nezavisnih kontura pri poznatim strujama potrošača je oblika:

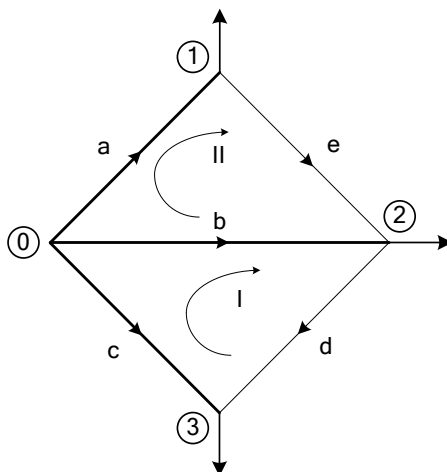
$$Z_L I_L = V_L - BZ \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J$$

$$I = B^T I_L + \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J$$

$$U = Z(I + I_g) - U_g$$

kao i u prethodnom slučaju, moguće je uočiti analogiju sa prethodno pomenutim metodom struja nezavisnih kontura u kojem su potrošači predstavljeni modelom konstantne impedanse.

Prvi korak je definisanje grafa posmatrane mreže:



Na osnovu grafa mreže određuje se matrica incidencije grana i nezavisnih čvorova. Prilikom njenog formiranja neophodno je voditi računa da prvo budu numerisane grane stabla, pa tek onda grane kostabla. Drugim riječima, prve kolone matrice A su rezervisane za grane stabla:

$$A = \left[\begin{array}{ccc|cc} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right] = [A_S | A_K]$$

Sa druge strane, matrica incidencije grana i nezavisnih kontura je:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrica impedansi grana je:

$$Z = \begin{bmatrix} 5.3 + j10.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.4 + j16.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10.5 + j20.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11.6 + j15.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.9 + j13.2 \end{bmatrix}$$

pa je matrica impedansi nezavisnih kontura:

$$Z_L = BZB^T = \begin{bmatrix} 30.5 + j52.3 & -8.4 - j16.4 \\ -8.4 - j16.4 & 23.6 + j39.9 \end{bmatrix}$$

Vektor injektiranih struja je oblika:

$$J = \begin{bmatrix} -(79 - j53) \\ -(158 - j105) \\ -(105 - j37) \end{bmatrix}$$

Kako su vektori napona naponskih i struja strujnih generatora:

$$U_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad I_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

to je vektor napona nezavisnih kontura:

$$V_L = BE = B(U_g - ZI_g) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sada je vektor struja nezavisnih kontura:

$$I_L = Z_L^{-1}V_L - Z_L^{-1}BZ \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J = -Z_L^{-1}BZ \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J = \begin{bmatrix} 5.403 + j11.811 \\ 46.594 - j20.969 \end{bmatrix}$$

a tražene struje grana su:

$$I = B^T I_L + \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J = \begin{bmatrix} 125.594 - j73.969 \\ 116.809 - j72.22 \\ 99.597 - j48.811 \\ 5.403 + j11.811 \\ 46.594 - j20.969 \end{bmatrix}$$

Naponi grana se tada određuju kao:

$$U = Z(I + I_g) - U_g = \begin{bmatrix} 1427.529 + j901.583 \\ 2165.604 + j1309.02 \\ 2046.394 + j1529.223 \\ -119.215 + j220.214 \\ 738.071 + j407.448 \end{bmatrix}$$